1)

a) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \equiv [(p' \vee q) \wedge (p' \vee r)]$ "$\Rightarrow$ tanımı"

$\equiv [p' \vee (q \wedge r)]$ "dağılma özelliği"

$\equiv [p \Rightarrow (q \wedge r)]$ "$\Rightarrow$ tanımı"

b) $q \Leftrightarrow r \equiv 1$

Bu durumda;

I. $q \equiv r \equiv 0$

$(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r) \equiv (p \vee 0) \Leftrightarrow (p \vee 0)$

$\equiv p \Leftrightarrow p$

$\equiv 1$

II. $q \equiv r \equiv 1$

$(p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r) \equiv (p \vee 1) \Leftrightarrow (p \vee 1)$

$\equiv 1 \Leftrightarrow 1$

$\equiv 1$

$\therefore (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r) \equiv 1$

2) a) $p: \forall x \in \mathbb{Z},\ x^2 > 8$

$x=1$ için $1>8$ olduğundan önerme yanlıştır.

$p': \exists x \in \mathbb{Z},\ x^2 \leq 8$

b) $p: \exists x \in \mathbb{Z},\ x+2 > 5$

$x=4$ için $6>5$ olduğundan önerme doğrudur.

$p' : \forall x \in \mathbb{Z},\ x+2 \leq 5$

c) $p : \forall x \in \mathbb{Z},\ x+1 = x$

$q : \exists x \in \mathbb{Z},\ |x| = 0$

$r : \exists x \in \mathbb{Z},\ x^2 = 1$

$p \equiv 0,\quad q \equiv 1 \quad r \equiv 1$

$(p \Rightarrow q) \wedge r \equiv (0 \Rightarrow 1) \wedge 1 \equiv 1$

$s \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge r]' \equiv [(p' \vee q) \wedge r]'$

$\equiv (p \wedge q') \vee r'$

$s: (\forall x \in \mathbb{Z},\ x+1 = x) \wedge (\forall x \in \mathbb{Z},\ |x| \neq 0) \vee (\forall x \in \mathbb{Z},\ x^2 \neq 1)$

3) a) $p : 5x - 3 \neq 4$

$q : 10x + 60 \neq 74$

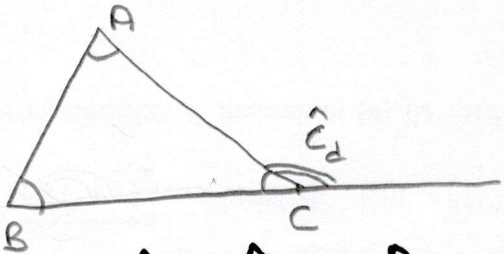
$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$

$q' : 10x + 60 = 74 \Rightarrow 10x = 14$

$\Rightarrow 5x = 7$

$\Rightarrow 5x - 3 = 4 : p' \qquad \therefore p \Rightarrow q \equiv 1$

b) Bir ABC üçgeninin iç açıları $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ olsun.



p: $\hat{A}, \hat{B}$ iki iç açı ve $\hat{C}_d$, $\hat{A}$ ve $\hat{B}$ ye komşu olmayan dış açıdır.

$q : \hat{A} + \hat{B} = \hat{C}_d$

$$p \Rightarrow q \equiv (p \wedge q')'$$

$p \wedge q'$: $\hat{A}$ ve $\hat{B}$ iç açılar ve $\hat{C}_d$, $\hat{A}$ ve $\hat{B}$ ye komşu olmayan dış açı ve $\hat{A} + \hat{B} \neq \hat{C}_d$

$\hat{A} + \hat{B} \neq \hat{C}_d$ önermesi doğru ise, $\hat{C} + \hat{C}_d = 180°$ olduğundan $\hat{C}_d = 180° - \hat{C}$ ve böylece $\hat{A} + \hat{B} \neq 180° - \hat{C}$, yani $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \neq 180°$ elde edilir. Bu ise bir üçgende iç açılar toplamının $180°$ oluşuyla çelişir.

$$\Rightarrow p \wedge q' \equiv 0$$

$$\Rightarrow (p \wedge q')' \equiv 1 \quad \text{olur.}$$

$$\therefore \; p \Rightarrow q \equiv 1$$

4) a)

$$\bigcup_{k=1}^{5} A_k = \{x : \exists k \in I = \{1,2,3,4,5\} \text{ için } x \in A_k\}$$

$$= \{x : \exists k \in I = \{1,2,3,4,5\} \text{ için } x \in [k, k+1]\}$$

$$= \{x : \exists k \in I = \{1,2,3,4,5\} \text{ için } k \leq x \leq k+1\}$$

$$= \{x : (1 \leq x \leq 2) \vee (2 \leq x \leq 3) \vee \dots \vee (5 \leq x \leq 6)\}$$

$$= \{x : 1 \leq x \leq 6\} = [1,6]$$

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} A_k = \{x : \exists k \in \mathbb{Z} \text{ için } x \in A_k\}$$

$$= \{x : \exists k \in \mathbb{Z} \text{ için } x \in [k, k+1]\}$$

$$= \{x : \exists k \in \mathbb{Z} \text{ için } k \leq x \leq k+1\}$$

$$= \mathbb{R}$$

$$\bigcap_{k=1}^{5} A_k = \{x : \forall k \in I = \{1,2,3,4,5\} \text{ için } x \in A_k\}$$
$$= \{x : \forall k \in I = \{1,2,3,4,5\} \text{ için } k \le x \le k+1\}$$
$$= \{x : (1 \le x \le 2) \wedge \dots \wedge (5 \le x \le 6)\}$$
$$= \emptyset$$

$$\bigcap_{k \in \mathbb{Z}} A_k = \{x : \forall k \in \mathbb{Z} \text{ için } x \in A_k\}$$
$$= \{x : \forall k \in \mathbb{Z} \text{ için } k \le x \le k+1\}$$
$$= \emptyset$$

b)

$$\forall (x,y) \in (A \cap B) \times C \Leftrightarrow x \in A \cap B \text{ ve } y \in C$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \text{ ve } x \in B) \text{ ve } y \in C$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \text{ ve } y \in C) \text{ ve } (x \in B \text{ ve } y \in C)$$
$$\Leftrightarrow (x,y) \in A \times C \text{ ve } (x,y) \in B \times C$$
$$\Leftrightarrow (x,y) \in (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$\therefore (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$$

5) a) i) $\emptyset \notin \mathcal{A}$

ii) • $(A - B) \cap (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A')$
$$= (A \cap A') \cap (B \cap B')$$
$$= \emptyset \cap \emptyset$$
$$= \emptyset$$

• $(A - B) \cap (A \cap B) = (A \cap B') \cap (A \cap B)$
$$= A \cap A) \cap (B \cap B')$$
$$= \emptyset$$

• $(B-A)\cap(A\cap B) = (B\cap A')\cap(A\cap B)$

$= (B\cap B)\cap(A\cap A')$

$= \emptyset$

iii) $(A-B)\cup(B-A)\cup(A\cap B) = A\cup B$ mi ?

$$(A-B)\cup(B-A)\cup(A\cap B) = (A\cap B')\cup(B\cap A')\cup(A\cap B)$$

$$= A\cap(B\cup B')\cup(B\cap A')$$

$$= (A\cap E)\cup(B\cap A')$$

$$= A\cup(B\cap A')$$

$$= (A\cup B)\cap(A\cup A')$$

$$= (A\cup B)\cap E$$

$$= A\cup B$$

$\therefore \mathcal{A} = \{A-B,\ B-A,\ A\cap B\}$ ailesi $A\cup B$ kümesinin bir ayrışımıdır

b) i) yansıma özelliği:

$(a,a)\in\beta$, $(b,b)\in\beta$, $(c,c)\notin\beta$, $(d,d)\notin\beta$

O halde (c,c) ve (d,d) eklenmeli

ii) simetri özelliği

$(b,c)\in\beta$ iken $(c,b)\in\beta$ olmalı

$(a,b)\in\beta$ iken $(b,a)\in\beta$ olmalı

iii) Geçişme özelliği:

$(a,b)\in\beta$ ve $(b,c)\in\beta$ için $(a,c)\in\beta$ olmalı

$(a,c) \in \beta$ iken simetri özelliğinin bozulmaması için $(c,a) \in \beta$ olmalı. Bu durumda

$$\beta = \{(a,a),(b,c),(a,b),(b,b),(c,c),(d,d),(c,b),(b,a),(a,c),(c,a)\}$$

olmak üzere en az **6 eleman** eklenmelidir.